Задача D_e. *Найти решение уравнения* (1) *в области* D_e^+, *непрерывное в* $\overline{D_e^+}$, *равное нулю на бесконечности и удовлетворяющее граничным условиям*

$$u|_{\Gamma^+} = \varphi(P), \quad P \in \Gamma^+, \qquad u|_{\Gamma_e^{(0)}} = 0.$$

Задача N_i. *Найти решение уравнения* (1) *в области* D^+, *непрерывно дифференцируемое в* $\overline{D^+}$ *и удовлетворяющее граничным условиям*

$$A[u]\Big|_{\Gamma^+} = f(P), \quad P \in \Gamma^+, \qquad \frac{\partial u}{\partial y}\Big|_{\Gamma^{(0)}} = 0.$$

Задача N_e. *Найти решение уравнения* (1) *в области* D_e^+, *непрерывно дифференцируемое в* $\overline{D_e^+}$, *равное нулю на бесконечности и удовлетворяющее граничным условиям*

$$A[u]\Big|_{\Gamma^+} = f(P), \quad P \in \Gamma^+, \qquad \frac{\partial u}{\partial y}\Big|_{\Gamma_e^{(0)}} = 0.$$

Е. Ф. Аюпова (Казань)

МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ДВУМЕРНОГО СЛАБО СИНГУЛЯРНОГО ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ПЕРВОГО РОДА

Рассматривается двумерное слабо сингулярное интегральное уравнение (с.и.у.) первого рода с логарифмическим ядром вида

$$Ax \equiv \frac{1}{4\pi^2}\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi} \ln\left|\sin\frac{s-\sigma}{2}\right| \ln\left|\sin\frac{t-\tau}{2}\right| x(\sigma,\tau)\,d\sigma d\tau + \\ + \frac{1}{4\pi^2}\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi} h(s-\sigma,t-\tau)x(\sigma,\tau)\,d\sigma d\tau = y(s,t), \tag{1}$$

здесь $h(s,t), y \equiv y(s,t)$ — известные непрерывные 2π-периодические функции по каждой из переменных, $x(\sigma,\tau)$ — искомая функция, а сингулярный интеграл понимается как несобственный. Исследования ведутся в пространстве решений $X = L_2 \equiv L_2[0, 2\pi]^2$ суммируемых с квадратом 2π-периодических функций от двух переменных и пространстве правых частей $Y = W_2^{12} \equiv W_2^{12}[0, 2\pi]^2$ 2π-периодических функций от двух переменных, которые вместе со своими первыми и вторыми смешанными производными являются квадратично суммируемыми 2π-периодическими функциями от двух переменных, что позволяет рассматривать исходную задачу как корректную.

Для оператора $A : X \to Y$ построен обратный и оценена его норма:

$$A^{-1}y(\sigma, \tau) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{j=-\infty}^{\infty} \frac{c_{kj}(y)}{c_{kj}(h) + \lambda_k \lambda_j} e^{i(k\sigma + j\tau)},$$

$\|A^{-1}\|_{Y \to X} \leq \gamma < \infty$, здесь

$$\lambda_r = \left\{ \ln 2, r = 0; \frac{1}{2|r|}, r = \pm 1, \pm 2, \ldots \right\}, c_{kj}(\varphi) =$$

$$= \frac{1}{4\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \varphi(\sigma, \tau) e^{-i(k\sigma + j\tau)}\, d\sigma d\tau$$

$$(k, j = 0, \pm 1, \ldots), \quad \mu_r = \{1, r = 0; ir, r = \pm 1, \pm 2, \ldots\},$$

$$\gamma^2 = \frac{1}{4} \max_{k,j=0,\pm 1,\pm 2,\ldots} \left\{ \left| \mu_k \mu_j \left[c_{kj}(h) + \lambda_k \lambda_j \right] \right|^{-2} \right\}.$$

Исследован общий проекционный метод решения с.и.у. (1): приближенное решение ищется в виде

$$x_{nm}(\sigma, \tau) = \sum_{k=-n}^{n} \sum_{j=-m}^{m} \alpha_{kj} e^{i(k\sigma + j\tau)}, \tag{2}$$

неизвестные коэффициенты определяются из уравнения

$$A_{nm} x_{nm} \equiv P_{nm} A x_{nm} = P_{nm} y, \tag{3}$$

где $P_{nm}^2 = P_{nm}$ оператор проектирования на множество элементов вида (2).

Исследована сходимость метода и получены среднеквадратические и равномерные оценки погрешности приближенного решения.

В. М. Бадков (Екатеринбург)

ДВУСТОРОННИЕ ПОТОЧЕЧНЫЕ ОЦЕНКИ ЯДЕР СЕГЁ

Пусть $\{\varphi_k(z)\}_{k=0}^{\infty}$ - система многочленов, ортонормированная на окружности $|z| = 1$ с весом $\varphi(\tau)$. Рассмотрим соответствующие ядра Сегё

$$K_n(\varphi; z, \zeta) := \varphi_0(z)\overline{\varphi_0(\zeta)} + ... + \varphi_n(z)\overline{\varphi_n(\zeta)}. \tag{1}$$

При исследовании сходимости рядов Фурье по тригонометрическим полиномам, ортогональным на $[0, 2\pi]$ с весом φ, иногда нужно знать поведение величин (1) при $z = e^{i\theta}$, $\zeta = (1 - cn^{-1})e^{i\tau}$. Сформулируем основной результат.

Теорема. *Пусть вес φ имеет вид*

$$\varphi(\tau) = h(t)\prod_{\nu=1}^{m} w_\nu(|\sin\frac{\tau-\theta_\nu}{2}|) \quad (\tau \in \mathbb{R}, \ -\pi < \theta_1 < \ldots \theta_m \leq \pi),$$

где

$$w_\nu(u) := \prod_{\mu=1}^{l_\nu}[g_{\mu,\nu}(u)]^{\alpha(\mu,\nu)} \in L^1[0,1];$$

$m, l_\nu \in \mathbb{N}$; $\alpha(\mu,\nu) \in \mathbb{R}$; $g_{\mu,\nu}(u)$ *— вогнутые модули непрерывности* ($\mu = 1, ..., l_\nu$; $\nu = 1, ..., m$);

$$\int_0^\theta w_\nu(\tau)d\tau = O(\theta w_\nu(\theta)) \quad (\theta \to +0; \nu = 1, ..., m);$$

функция h удовлетворяет условиям

$$h(\tau) \geq 0; \quad h, 1/h \in L^\infty,$$